



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
Dept. Formación General y Ciencias Básicas
MATEMÁTICAS I
Prof.: David Coronado

Práctica 4
Funciones trigonométricas

Antes de los ejercicios, algunas fórmulas:

1. Identidades de paridad

- (a) $\text{sen}(-x) = -\text{sen} x$
- (b) $\text{cos}(-x) = \text{cos} x$
- (c) $\text{tan}(-x) = -\text{tan} x$

2. Identidades pitagóricas

- (a) $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$
- (b) $1 + \text{tan}^2 x = \text{sec}^2 x$
- (c) $1 + \text{cot}^2 x = \text{csc}^2 x$

3. Identidades del ángulo doble

- (a) $\text{sen}(2x) = 2\text{sen} x \text{cos} x$
- (b) $\text{cos}(2x) = \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x$
- (c) $\text{cos}(2x) = 1 - 2\text{sen}^2 x$
- (d) $\text{tan}(-x) = -\text{tan} x$

4. Identidades de cofunción

- (a) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{cos} x$
- (b) $\text{cos}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{sen} x$
- (c) $\text{tan}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{cot} x$

5. Identidades para suma de ángulo

- (a) $\text{sen}(x + y) = \text{sen} x \text{cos} y + \text{sen} y \text{cos} x$
- (b) $\text{cos}(x + y) = \text{cos} x \text{cos} y - \text{sen} y \text{sen} x$

$$(c) \text{tan}(x + y) = \frac{\text{tan} x + \text{tan} y}{1 - \text{tan} x \text{tan} y}$$

6. Identidades del ángulo medio

- (a) $\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{cos} x}{2}}$
- (b) $\text{cos}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{cos} x}{2}}$

7. Identidades aditivas

- (a) $\text{sen} x + \text{sen} y = 2\text{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right) \text{cos}\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- (b) $\text{cos} x + \text{cos} y = 2\text{cos}\left(\frac{x+y}{2}\right) \text{cos}\left(\frac{x-y}{2}\right)$

8. Identidades multiplicativas

- (a) $\text{sen} x \text{sen} y = -\frac{1}{2}[\text{cos}(x + y) - \text{cos}(x - y)]$
- (b) $\text{cos} x \text{cos} y = \frac{1}{2}[\text{cos}(x + y) + \text{cos}(x - y)]$
- (c) $\text{sen} x \text{cos} y = \frac{1}{2}[\text{sen}(x + y) + \text{sen}(x - y)]$

Ahora, algunos ejercicios

1. Calcule el valor indicado en cada expresión usando el valor dado:

- (a) $\text{sen} \alpha = \frac{1}{4}$, $\text{cos} 2\alpha = ?$
- (b) $\text{sen} \alpha = \frac{3}{4}$, $\text{tan} \alpha = ?$
- (c) $\text{sen} \alpha = \frac{2}{9}$, $\text{tan} 2\alpha = ?$
- (d) $\text{sen} \alpha = \frac{1}{3}$, $\text{cos} \beta = \frac{2}{5}$, $\text{sen}(\alpha - \beta) = ?$
- (e) $\text{cos} \alpha = \frac{4}{5}$, $\text{cos} \beta = \frac{2}{3}$, $\text{cos}(\alpha + \beta) = ?$
- (f) $\text{tan} \alpha = \frac{1}{4}$, $\text{cos} \beta = \frac{2}{11}$, $\text{tan}(\alpha + \beta) = ?$
- (g) $\text{sec} \alpha = 5$, $\text{csc} \beta = 3$, $\text{sec}(\alpha - \beta) = ?$
- (h) $\text{cos} \alpha = \frac{1}{7}$, $\text{sen} \beta = \frac{3}{8}$, $\text{sen}(2\alpha + \beta) = ?$
- (i) $\text{sen} \alpha = \frac{2}{9}$, $\text{sec} \beta = 10$, $\text{cos}(2\alpha + 2\beta) = ?$

2. Demuestre que la función $y = \text{sec} x$ es par.

3. Demuestre que las funciones $y = \text{csc} x$ y $y = \text{cot} x$ son impares.

4. Demuestre las siguientes identidades:

- (a) $\operatorname{sen}3\alpha = 3\operatorname{sen}\alpha - 4\operatorname{sen}^3\alpha$
- (b) $\operatorname{sen}4\alpha = \cos\alpha(4\operatorname{sen}\alpha - 8\operatorname{sen}^3\alpha)$
- (c) $\cos3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$
- (d) $\cos4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$
- (e) $\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$
- (f) $\operatorname{sen}\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta))$
- (g) $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$
- (h) $(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta) = \operatorname{sen}^2\theta$
- (i) $\cos^2t - \operatorname{sen}^2t = 2\cos^2t - 1$
- (j) $(1 - \operatorname{sen}^2t)(1 + \tan^2t) = 1$
- (k) $(\tan z + \cot z)\tan z = \sec^2z$
- (l) $\frac{\sec^2t - 1}{\sec^2t} = \operatorname{sen}^2t$
- (m) $\operatorname{sent}(\csc t - \operatorname{sent}) = \cos^2t$

5. Bosqueje las gráficas de las siguientes funciones en $[-\pi, 2\pi]$.

- (a) $y = \operatorname{sen}2x$
- (b) $y = 2\operatorname{sent}$
- (c) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- (d) $y = \sec x$
- (e) $y = \cos 3t$

6. Determine el período y la amplitud de las siguientes funciones. Además esboce su gráfica en $-5 \leq x \leq 5$.

- (a) $y = 3\cos(x/2)$
- (b) $y = 2\operatorname{sen}2x$
- (c) $y = 3 + \operatorname{sen}(x - \pi)$
- (d) $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

7. Encuentre, sin usar calculadora, el valor indicado

- (a) $\arccos(\sqrt{2}/2)$
- (b) $\operatorname{sen}^{-1}(-\sqrt{3}/3)$

(c) $\operatorname{arcsen}(-1/2)$

(d) $\tan^{-1}(-\sqrt{3}/3)$

8. Encuentre cada valor indicado sin utilizar calculadora

(a) $\cos[2\operatorname{sen}^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)]$

(b) $\operatorname{sen}[\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)]$

(c) $\cos[\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)]$